ЗМІСТ

АЛГЕБРА

1 АРИФМЕТИЧНІ ЗАДАЧІ 3

2 ВІДСОТКИ 11

3 ЦІЛІ ВИРАЗИ 17

4 ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНІ ВИРАЗИ 24

5 ІРРАЦІОНАЛЬНІ ВИРАЗИ 31

6 ЛОГАРИФМІЧНІ ТА ПОКАЗНИКОВІ ВИРАЗИ 39

7 ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ВИРАЗИ 46

8 ЦІЛІ РІВНЯННЯ 55

9 ЦІЛІ НЕРІВНОСТІ 73

10 ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНІ РІВНЯННЯ 80

11 ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНІ НЕРІВНОСТІ 91

12 ІРРАЦІОНАЛЬНІ РІВНЯННЯ 97

13 ІРРАЦІОНАЛЬНІ НЕРІВНОСТІ 113

14 ПОКАЗНИКОВІ РІВНЯННЯ 122

15 ПОКАЗНИКОВІ НЕРІВНОСТІ 133

16 ЛОГАРИФМІЧНІ РІВНЯННЯ 144

17 ЛОГАРИФМІЧНІ НЕРІВНОСТІ 154

18 ТРИГОНОМЕТРИЧНІ РІВНЯННЯ 161

19 ТРИГОНОМЕТРИЧНІ НЕРІВНОСТІ 175

20 СИСТЕМИ РІВНЯНЬ 182

21 АРИФМЕТИЧНІ ТА ГЕОМЕТРИЧНІ ПРОГРЕСІЇ 187

22 ЕЛЕМЕНТАРНІ ФУНКЦІЇ 195

23 ПОБУДОВА ГРАФІКІВ ГЕОМЕТРИЧНИМ МЕТОДОМ 205

24 ПОХІДНА ФУНКЦІЇ 213

25 ДОСЛІДЖЕННЯ ФУНКЦІЇ ЗА ЇЇ ПОХІДНОЮ 223

26 ПЕРВІСНА. ІНТЕГРАЛ 231

27 КОМБІНАТОРИКА 239

28 ПОЧАТКИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТІ ТА ЕЛЕМЕНТИ СТАТИСТИКИ 244

ГЕОМЕТРІЯ

29 НАЙПРОСТІШІ ГЕОМЕТРИЧНІ ФІГУРИ 251

30 ТРИКУТНИК 260

31 ПРЯМОКУТНИЙ ТРИКУТНИК 269

32 РІВНОБЕДРЕНИЙ ТРИКУТНИК 277

33 ЧОТИРИКУТНИКИ 284

34 МНОГОКУТНИКИ 295

35 КОЛО, КРУГ ТА ЇХ ЕЛЕМЕНТИ 299

36 АКСІОМИ СТЕРЕОМЕТРІЇ 307

37 ПРИЗМА 313

38 ПІРАМІДА 318

39 ЦИЛІНДР 324

40 КОНУС 328

41 КУЛЯ 333

42 КООРДИНАТИ 338

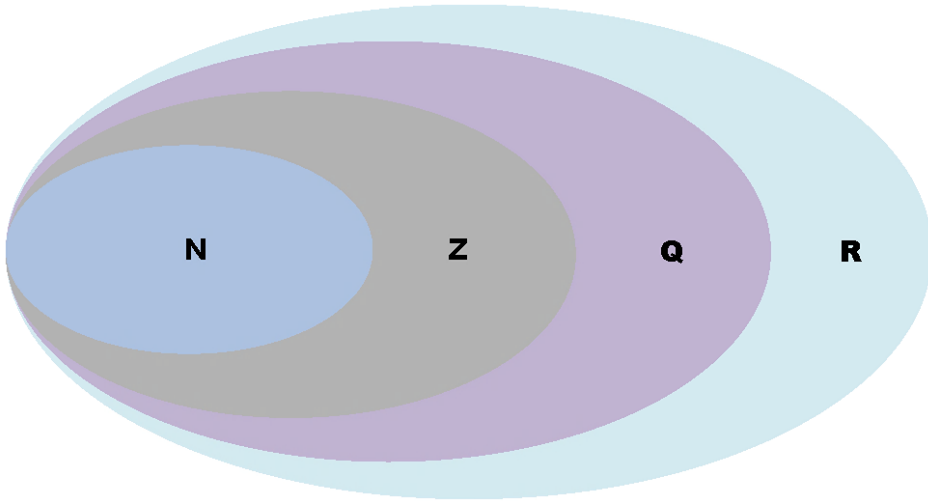
43 ВЕКТОРИ 346

44 ПЕРЕТВОРЕННЯ ФІГУР 356

АЛГЕБРА

1 АРИФМЕТИЧНІ ЗАДАЧІ

МНОЖИНИ ЧИСЕЛ



НАТУРАЛЬНІ ЧИСЛА — це числа 1, 2, 3 і так далі. Множина натуральних чисел позначається великою латинською буквою **N**. Натуральне число називають простим, якщо воно має тільки два різні дільники: одиницю і саме це число. Число, яке має більше, ніж два дільники, називають складеним. Отже, числа 2, 3, 17 — прості, а числа 4, 12, 21, 30 — складені. Число 1 не належить ні до простих, ні до складених.

ЦІЛІ ЧИСЛА — це натуральні числа, протилежні їм числа і нуль. Множина цілих чисел позначається великою латинською буквою **Z**.

РАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА — це числа, які можна подати у вигляді дробу з цілим чисельником і натуральним знаменником, тобто $\frac{m}{n}$, де **m** — ціле, а **n** — натуральне. Множина раціональних чисел позначається великою латинською буквою **Q**.

ІРРАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА — це числа, які не можна представити у вигляді дробу $\frac{m}{n}$, де **m** — ціле, а **n** — натуральне. Ірраціональні числа можуть бути представлені нескінченними неперіодичними дробами. Множина ірраціональних чисел позначається великою латинською буквою **I**.

ДІЙСНІ ЧИСЛА — це раціональні та ірраціональні числа. Множина дійсних чисел позначається великою латинською буквою **R**.

ДРОБИ

Якщо чисельник (зверху) менше за знаменник (знизу), дріб називають **правильним**. Якщо навпаки — **неправильним**.

ПРАВИЛЬНИЙ ДРІБ	НЕПРАВИЛЬНИЙ ДРІБ
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$

НАЙБІЛЬШИЙ СПІЛЬНИЙ ДІЛЬНИК (НДС) — це найбільше натуральне число, на яке без остачі ділиться кожне з запропонованих.

НСД (16, 20, 28) = 4

Як знайти?

НСД (12, 36, 48) = ?

1. Розкладаємо числа на прості множники.

12 = 2·3·2

36 = 3·2·3·2

48 = 6·8 = 2·3·2·2·2

2. Складаємо добуток з усіх спільних множників.

НСД (12, 36, 48) = 3 · 2 = 6

НАЙМЕНШЕ СПІЛЬНЕ КРАТНЕ (НСК) — найменше натуральне число, яке ділиться на кожне з запропонованих чисел.

НСК (2, 3, 4) = 12

Як знайти?

НСК (9, 15, 7) = ?

1. Розкладаємо числа на прості множники.

9 = 3 · 3

15 = 5 · 3

7 = 7 · 1

2. Складаємо добуток з усіх множників.

НСК (9, 15, 7) = 3·5·7·1 = 105

ОЗНАКИ ПОДІЛЬНОСТІ

1. На **10** діляться всі числа, які закінчуються на **0**.

2. На **5** діляться всі, числа, які закінчуються або на **0**, або на **5**.

3. На **2** діляться всі числа, які закінчуються **парною** цифрою.

4. На **9** діляться всі числа, сума цифр яких ділиться на **9**.

5. На **3** діляться всі числа, сума цифр яких ділиться на **3**.

6. Число є дільником **4** тоді, коли дві останні його цифри **нулі** або діляться на **4**.

7. Число ділиться на **6** за умови, що виконуються ознаки подільності на **2** і на **3**.

ПРИКЛАДИ

1. Знайти найбільший спільний дільник для чисел **144**, **48** та **80**.

Розкладаємо числа на прості множники.

$$144 = 12 \cdot 12 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2$$

$$48 = 12 \cdot 4 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$80 = 8 \cdot 10 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2$$

Спільний множник лише один та дорівнює **2**.

Відповідь: НСД(144, 48, 80) = 2.

2. Знайти найменше спільне кратне для чисел **11**, **4** та **9**.

Розкладаємо числа на прості множники.

$$11 = 11 \cdot 1$$

$$4 = 2 \cdot 2$$

$$9 = 3 \cdot 3$$

Складаємо добуток з усіх множників.

$$11 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 = 66$$

Відповідь: НСК(11, 4, 9) = 66.

3. Троє робітників виготовили **96** деталей. Перший із них виготовив **у 3 рази більше** деталей, ніж другий, а третій – **на 16 деталей більше**, ніж другий. **Скільки деталей виготовив кожний робітник?**

Нехай другий робітник виготовив **x** деталей. Тоді:

РОБІТНИК 1	РОБІТНИК 2	РОБІТНИК 3	УСЬОГО
3x	**x**	**x + 16**	**96**

Складаємо рівняння.

$$3x + x + x + 16 = 96$$

$$5x = 80$$

$$x = 16$$

Отже, другий робітник виготовив **16** деталей.

$$3 \cdot 16 = 48$$

$$16 + 16 = 32$$

Відповідь: 48, 16 та 32 деталі.

4. В одному баку було **в 3 рази більше** води, ніж у другому. Коли в перший бак долили **16 л** води, а в другий – **80 л**, то в обох баках води стало порівну. **Скільки літрів води було спочатку в кожному баку?**

Нехай у другому баку було **x** л води. Тоді:

ПЕРШИЙ БАК	ДРУГИЙ БАК
3x + 16	**x + 80**

Складаємо рівняння.

$$3x + 16 = x + 80$$

$$3x - x = 80 - 16$$

$$2x = 64$$

$$x = 32$$

Отже, у другому баку спочатку було **32** л води.

$$3 \cdot 32 = 96$$

Відповідь: 96 та 32 л води.

5. Для шкільної бібліотеки придбали **40** орфографічних і тлумачних словників української мови, заплативши разом **690 грн**. **Скільки було словників кожного виду, якщо орфографічний словник коштує 15 грн, а тлумачний – 24 грн?**

Нехай було **x** орфографічних словників та **y** тлумачних.

	ОРФОГРАФІЧНІ	ТЛУМАЧНІ	УСЬОГО
ШТУК	x	y	40
ЦІНА	15x	24y	690

Складаємо та розв'язуємо систему рівнянь. Використаємо метод підстановки.

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ 15x + 24y = 690 \end{cases}$$

Виражаємо **x** з першого рівняння та підставляємо його у друге.

$$x = 40 - y$$

$$15(40 - y) + 24y = 690$$

$$600 - 15y + 24y = 690$$

$$9y = 90$$

$$y = 10$$

Отже, тлумачних словників було **10**.

$$40 - 10 = 30$$

Відповідь: 30 та 10 штук.

6. Відстань між двома містами річкою **на 55 км менша**, ніж по шосе. З одного міста до другого можна дістатися теплоходом за **6 год**, а по шосе автобусом – за **3 год 30 хв**. **Знайдіть швидкості автобуса й теплохода, якщо швидкість теплохода на 30 км/год менша від швидкості автобуса.**

Нехай відстань між містами річкою становить **x** км. Тоді:

	РІЧКОЮ	ШОСЕ
S	x	$x + 55$
t	6	$3\frac{30}{60} = 3{,}5$
v	$\frac{x}{6}$	$\frac{x+55}{3{,}5} + 30$

Складаємо рівняння.

Важливо: щоб прирівняти швидкості теплохода та автобуса, у параметрах руху по шосе плюс потрібно змінити на мінус. Тобто відняти те, що заважає зробити їх рівними.

$$\frac{x}{6} = \frac{x - 55}{3,5} - 30$$

$$\frac{x}{6} - \frac{x - 55}{3,5} = -30$$

$$\frac{3,5x - 6x + 330}{21} = -30$$

$$-2,5x + 330 = -630$$

$$-2,5x = -300$$

$$x = 120$$

$$\frac{120}{6} = 20$$

Отже, швидкість теплохода становила **20** км/год.

$$20 + 30 = 50$$

Відповідь: 20 та 50 км/год.